

UN MODELLO AI VOLUMI FINITI PER LA SIMULAZIONE DEL TRASPORTO DI CONTAMINANTI NELLE RETI A PELO LIBERO

CARMELA MUCHERINO, LUCA COZZOLINO^{*}, CARMINE COVELLI^{*},
DOMENICO PIANESE^{*}

Parole Chiave: **Equazione della Convezione-Dispersione, Metodo dei Volumi Finiti, Reti di Drenaggio, Contaminazione**

SOMMARIO

In questo lavoro viene descritto un modello numerico ai volumi finiti per la simulazione dei fenomeni di convezione e dispersione di costituenti all'interno di reti di canali a pelo libero, anche in presenza di discontinuità del campo di moto (quali derivanti dalla presenza di risalti) e del campo delle concentrazioni (quali si possono verificare in corrispondenza di elevati gradienti nella distribuzione del soluto, o di input puntuali). Vengono mostrati i risultati di alcuni test numerici, intesi a dimostrare la capacità del modello di approssimare la soluzione dell'equazione della convezione-dispersione in alcune situazioni per le quali è nota la soluzione analitica, e di fornire risultati fisicamente congruenti in condizioni per le quali la soluzione analitica non è, invece, nota.

1. INTRODUZIONE

La simulazione numerica dei fenomeni di trasporto di costituenti nelle reti di canali a pelo libero trova svariate applicazioni, quali: il supporto decisionale nella fase di pianificazione degli interventi; l'ausilio nella determinazione delle regole ottimali di gestione degli impianti di depurazione, e di opere di regolazione e controllo degli scarichi nelle reti di drenaggio urbano; il supporto ad azioni di protezione civile e ambientale da intraprendersi a seguito di eventi quali l'improvviso sversamento, nei corpi idrici, di cospicue quantità di sostanze inquinanti o potenzialmente tossiche, eventualmente anche a seguito di fenomeni di piena che possono indurre il dissesto, anche parziale, delle strutture destinate contenere tali sostanze. Largamente utilizzati, anche per applicazioni a casi di studio tratti dalla pratica, sono i modelli euleriani alle differenze finite (Runkel, Chapra, 1993), e agli elementi finiti (Bencala, Walters, 1983). Particolarmente accurati sono i modelli lagrangiani (Schoellhamer, 1988, Del Giudice, Pianese, 1992), in quanto riducono al minimo, in condizioni stazionarie, gli effetti della diffusione numerica (Koussis et al.,

^{*} Dipartimento di Ingegneria Idraulica e Ambientale "G. Ippolito", Università di Napoli Federico II, via Claudio 21, Napoli

1983) e possono propagare fronti ripidi, senza formazione di oscillazioni spurie: l'estensione di questi modelli al caso di moto vario introduce, tuttavia, un certo grado di diffusione numerica, nonché numerose difficoltà computazionali, legate alla necessità di modificare, al variare delle condizioni idrauliche, la griglia di calcolo. Del resto, i modelli euleriano-lagrangiani (Zhang et al., 1993), pur accurati, mancano dell'importante proprietà di conservare in maniera soddisfacente la massa di soluto, in quanto risolvono le equazioni scritte nella forma non conservativa. Di recente, la ricerca nel campo della soluzione numerica delle Shallow-water Equations e del trasporto di costituenti nei corpi idrici superficiali si è sempre più spesso orientata verso l'adozione del Metodo ai Volumi Finiti (Sanders et al., 2001), il quale gode di buone proprietà di conservazione, e che può trattare con relativa semplicità anche il caso di discontinuità nel campo di moto e nel campo delle concentrazioni di soluto. Tanto premesso, nella presente memoria viene proposto un modello ai volumi finiti in grado di simulare fenomeni di propagazione di un contaminante conservativo, anche in condizioni di moto vario, in reti di canali a pelo libero aventi forma del tutto generica, sebbene basata sul semplice schema di albero trivalente (vale a dire, da confluenze a "Y"). Per il momento, i tratti della rete sono considerati, per semplicità, prismatici, a sezione rettangolare e, tuttavia, collegati da nodi di forma e topografia qualsiasi. Al fine di promuovere accuratezza e conservatività del metodo, il modello di propagazione di contaminante viene accoppiato a un opportuno modello ai volumi finiti di propagazione dei fenomeni di piena in reti a pelo libero (Cozzolino et al., 2005).

2. DESCRIZIONE DEL MODELLO NUMERICO

Di seguito, vengono descritte le caratteristiche di un modello numerico ai volumi finiti in grado di approssimare la soluzione del sistema di Equazioni di bilancio della massa di soluto nelle reti di canali a pelo libero: l'accoppiamento delle soluzioni numeriche nei diversi canali della rete viene eseguito tramite l'uso di un modello bi-dimensionale applicato in ognuno dei nodi.

2.1 SOLUZIONE DELLE EQUAZIONI DI BILANCIO RELATIVE AI CANALI

Si considerino le Equazioni di bilancio di massa e quantità di moto dell'acqua, e di bilancio della massa di soluto, applicandole al caso di canale prismatico rettangolare, di larghezza B , privo di immissioni laterali:

$$B \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + B \frac{\partial \vec{F}_c}{\partial x} + B \frac{\partial \vec{F}_d}{\partial x} = B \vec{S} \quad (1)$$

avendo fatto le seguenti posizioni

$$U = \begin{pmatrix} h \\ hU \\ hC \end{pmatrix}; \vec{F}_c = \begin{pmatrix} hU \\ \frac{1}{2}gh^2 + hU^2 \\ hUC \end{pmatrix}; \vec{F}_d = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -hD\frac{\partial C}{\partial x} \end{pmatrix}; \vec{S} = \begin{pmatrix} 0 \\ gh(S_o - S_f) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

In tale sistema di equazioni, si è resa esplicita la distinzione tra flussi convettivi, \vec{F}_c , e flussi dispersivi, \vec{F}_d . Il significato dei simboli è il seguente: h =tirante idrico; U =velocità media di portata; C =concentrazione massica del contaminante, mediata nella sezione trasversale; g =accelerazione di gravità; B =larghezza del canale; D =coefficiente di dispersione; S_o =pendenza di fondo del canale; S_f =resistenze al moto per unità di peso del fluido ed unità di percorso. Detta z_b la quota del fondo, la pendenza del fondo del canale è espressa come

$S_o = -\frac{dz_b}{dx}$. Per esprimere le resistenze al moto, anche in condizioni di moto vario, si fa

referimento, per semplicità di analisi, alla classica formulazione alla Gauckler-Strickler, mentre per la valutazione del coefficiente di dispersione D , dipendente dalle condizioni idrodinamiche locali, si è fatto riferimento alla ben nota espressione di Fischer et al. (1979). Per risolvere il sistema di equazioni formato dalle (1) si suddivide ognuno dei canali in N volumi di controllo (con N variabile, in generale, da canale a canale), di lunghezza Δx_i , l' i -esimo dei quali è compreso tra le sezioni trasversali poste alle ascisse $x_{i-1/2}$ e $x_{i+1/2}$. Integrando nello spazio, in ognuno dei volumi di controllo, il sistema originario (1) si trasforma nel seguente sistema di equazioni differenziali ordinarie (ODE = Ordinary Differential Equations)

$$B\Delta x_i \frac{d\vec{U}_i}{dt} = -B \left[\vec{F}_{i+\frac{1}{2}}^c - \vec{F}_{i-\frac{1}{2}}^c \right] - B \left[\vec{F}_{i+\frac{1}{2}}^d - \vec{F}_{i-\frac{1}{2}}^d \right] + B\Delta x_i \vec{S}_i; \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

dove si sono fatte le seguenti posizioni

$$\begin{cases} \vec{U}_i = \begin{pmatrix} h_i \\ hU_i \\ hC_i \end{pmatrix} = \frac{1}{x_{i+1/2} - x_{i-1/2}} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \begin{pmatrix} h \\ hU \\ hC \end{pmatrix} dx; & \vec{S}_i = \begin{pmatrix} 0 \\ gh_i(S_{oi} - S_{fi}) \\ 0 \end{pmatrix} \\ S_{oi} = -\frac{z_{bi+1/2} - z_{bi-1/2}}{x_{i+1/2} - x_{i-1/2}}; & S_{fi} = \left[\frac{(hU)_i}{K_{St}^2 h_i R_i^{4/3}} \sqrt{\frac{(hU)_i^2}{h_i^2}} \right] \end{cases} \quad (4)$$

In particolare, h_i ha il significato di valore medio del tirante idrico nell' i -esimo volume di controllo; R_i è il raggio idraulico; hU_i è il valore medio della portata, per unità di larghezza, transitante nel medesimo volume di controllo; hC_i è il valore mediato, nel volume di controllo, della massa di soluto, per unità di superficie; $z_{bi+1/2}$ è la quota del fondo (supposto privo di gradini) in corrispondenza dell'interfaccia tra le celle i -esima e $(i+1)$ -esima; $\bar{F}_{i+1/2}^c$ ha il significato di flusso numerico convettivo tra i volumi di controllo i -esimo e $(i+1)$ -esimo, mentre $\bar{F}_{i+1/2}^d$ ha il significato di flusso numerico dispersivo tra gli stessi volumi di controllo. Per applicare separatamente gli algoritmi più appropriati al calcolo dei flussi convettivi e dei flussi dispersivi, si fa uso della tecnica della *time-splitting*: il problema di passare dalla soluzione \bar{U}^n , corrispondente al livello temporale t^n , alla soluzione \bar{U}^{n+1} , corrispondente al livello temporale $t^{n+1} = t^n + \Delta t$, viene suddiviso in una sequenza di sub-problemi, per ognuno dei quali la condizione iniziale coincide con la soluzione del sub-problema precedente. Nel caso presente è stata adottata una tecnica di *Strang-splitting* (Strang, 1968), dove due passi convettivi, ognuno su un intervallo di lunghezza pari a $\Delta t' = \Delta t / 2$, sono intervallati da un passo dispersivo su un intervallo di durata $\Delta t' = \Delta t$. Il metodo adottato per la soluzione delle equazioni di conservazione della massa e della quantità di moto dell'acqua è riportato altrove (Cozzolino et al., 2005): di seguito, l'attenzione sarà concentrata sulla soluzione approssimata dell'equazione di conservazione della massa di contaminante. Per procedere alla soluzione del passo convettivo si fa uso di un procedimento di predizione e correzione, per eseguire il quale è necessario disporre di un'espressione dei flussi all'interfaccia tra le celle in funzione dei valori medi delle variabili conservate. A questo scopo viene preliminarmente effettuata, al fine di attingere precisione al secondo ordine nello spazio, la ricostruzione lineare della variabile primitiva concentrazione di soluto $C_i = hC_i / h_i$, all'interno dei volumi di controllo, approssimandone il gradiente limitato tramite la formula

$$\left(\frac{\partial C}{\partial x} \right)_i = \min \text{mod} \left(\frac{C_{i+1} - C_i}{x_{i+1} - x_i}, \frac{C_i - C_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \right) \quad (5)$$

dove l'operatore *minmod* è definito come: $\min \text{mod}(a, b) = 0.5[\text{sign}(a) + \text{sign}(b)] \min(|a|, |b|)$.

Approssimati i gradienti limitati, la predizione viene effettuata in maniera non-conservativa:

$$C_i^* = C_i - 0.5\Delta t' \left(U \frac{\partial C}{\partial x} \right)_i \quad (6)$$

Noti, in ognuna delle celle, i valori della concentrazione predetti in corrispondenza del livello temporale intermedio $t_* = t + 0.5\Delta t'$, si fa uso dei gradienti limitati per ricostruire le variabili

primitive in corrispondenza dell'interfaccia tra le celle. Per esempio, in corrispondenza dell'interfaccia tra la cella i -esima e la cella $(i+1)$ -esima, si ha

$$C_{i+1/2}^L = C_i^* + 0.5\Delta x_i \left(\frac{\partial C}{\partial x} \right)_i; \quad C_{i+1/2}^R = C_{i+1}^* - 0.5\Delta x_{i+1} \left(\frac{\partial C}{\partial x} \right)_{i+1} \quad (7)$$

Nel presente modello, al fine di valutare i flussi all'interfaccia tra le celle, è stata adottata una versione semplificata del solutore di Riemann, detto HLLC: approssimata la velocità U^* nella regione *star* (Fraccarollo, Toro, 1995), intermedia tra le curve caratteristiche estreme che, nel piano orario (x,t) , originano dalla discontinuità all'interfaccia tra le celle, la portata massica di soluto, per unità di larghezza, può essere valutata con il seguente algoritmo:

$$F_{i+1/2}^{hC} = \begin{cases} U^* \geq 0 \Rightarrow C_{i+1/2}^L F_{i+1/2}^h \\ U^* < 0 \Rightarrow C_{i+1/2}^R F_{i+1/2}^h \end{cases} \quad (8)$$

ove $F_{i+1/2}^h$ è il flusso numerico di h , preventivamente calcolato tramite il modello di propagazione della piena descritto in Cozzolino et al. (2005). Calcolati i flussi intercella facendo uso delle quantità predette, la variazione delle variabili conservate tra il livello temporale t e il livello temporale $t' = t + \Delta t$ è valutata con il passo conservativo di correzione

$$B[hC_i(t') - hC_i(t)] = -B \frac{\Delta t}{\Delta x_i} [F_{i+1/2}^{hC} - F_{i-1/2}^{hC}] \quad (9)$$

Nel passo dispersivo, i flussi all'interfaccia, per unità di lunghezza, vengono approssimati con un approccio alle differenze finite, preciso al secondo ordine nello spazio:

$$F_{i+1/2}^{hC} = -h_{i+1/2} D_{i+1/2} \frac{C_{i+1} - C_i}{x_{i+1} - x_i} \quad (10)$$

ove $h_{i+1/2}$ e $D_{i+1/2}$ sono i valori di altezza di corrente e coefficiente di dispersione all'interfaccia tra i volumi di controllo i e $(i+1)$. Per la valutazione del coefficiente di dispersione si fa uso della seguente formulazione (Fischer et al., 1979)

$$D_{i+1/2} = 0.011 U_{i+1/2}^2 B^2 (h_{i+1/2} V_{i+1/2}^*)^{-1} \quad (11)$$

ove V^* è la velocità di attrito. Le variabili a secondo membro della (11) sono valutate all'interfaccia tra le celle i -esima e $(i+1)$ -esima mediante una media aritmetica dei valori noti a centro cella. Data l'espressione (10) per i flussi dispersivi, l'avanzamento nel tempo viene eseguito tramite un approccio conservativo implicito alla Crank-Nicolson, per il quale si ha:

$$\begin{cases} B\Delta x_i \frac{[hC_i(t') - hC_i(t)]}{\Delta t'} = B \left[\frac{1}{2} \left(F_{i-\frac{1}{2}}^{hC}(t') + F_{i-\frac{1}{2}}^{hC}(t) \right) - \frac{1}{2} \left(F_{i+\frac{1}{2}}^{hC}(t') + F_{i+\frac{1}{2}}^{hC}(t) \right) \right] \\ i = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (12)$$

Ciò conduce a un sistema lineare di equazioni le cui incognite sono le concentrazioni al livello temporale t' . Facendo l'ipotesi che il coefficiente di dispersione sia nullo in corrispondenza degli estremi dei canali (McBride, Rutherford, 1984), il sistema di equazioni conseguente è caratterizzato da una matrice dei coefficienti tridiagonale, per cui la sua soluzione può essere affrontata mediante l'uso di algoritmi particolarmente efficienti, ben noti in letteratura.

2.2 SOLUZIONE DELLE EQUAZIONI DI BILANCIO NEI NODI

Nella presente applicazione del Metodo dei Volumi Finiti alla soluzione del problema della contemporanea propagazione di piene e contaminanti in reti di canali a pelo libero, il nodo di confluenza tra più canali è supposto non puntuale, ma di dimensioni finite, e composto da un certo numero di volumi finiti di forma triangolare. In pratica, in corrispondenza dei singoli nodi, la modellazione dei fenomeni viene effettuata non più con riferimento ad un approccio unidimensionale, bensì con un approccio bi-dimensionale vero e proprio, risolvendo il sistema di equazioni

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{F}}{\partial x} + \frac{\partial \vec{G}}{\partial y} = \vec{S} \quad (13)$$

dove sono state fatte le seguenti posizioni

$$U = \begin{pmatrix} h \\ hU \\ hV \\ hC \end{pmatrix}; \vec{F} = \begin{pmatrix} hU \\ \frac{gh^2}{2} + hU^2 \\ hUV \\ hUC \end{pmatrix}; \vec{G} = \begin{pmatrix} hV \\ hUV \\ \frac{gh^2}{2} + hV^2 \\ hVC \end{pmatrix}; \vec{S} = \begin{pmatrix} 0 \\ gh(S_{ox} - S_{fx}) \\ gh(S_{oy} - S_{fy}) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (14)$$

Il significato dei simboli usati è il seguente: h =tirante idrico; U =componente, lungo l'asse x di un riferimento locale rispetto al nodo, della velocità mediata lungo la verticale; V =componente, lungo l'asse y , della velocità mediata lungo la verticale; C =concentrazione massica di soluto, mediata lungo la verticale; S_{ox} =componente, lungo x , della pendenza del fondo; S_{oy} =componente, lungo y , della pendenza del fondo; S_{fx} =componente, lungo x , delle resistenze al moto per unità di peso e di percorso della corrente; S_{fy} =componente, lungo y , delle resistenze al moto per unità di peso e di percorso della corrente. In particolare, detta z_b la quota del fondo, le componenti della pendenza sono espresse come $S_{ox} = -\frac{\partial z_b}{\partial x}$ e $S_{oy} = -\frac{\partial z_b}{\partial y}$. Per

esprimere le resistenze al moto, si utilizza, ancora una volta, una formulazione alla Gauckler-Strickler. Nell'ipotesi che le dimensioni dei nodi siano piccole rispetto alla lunghezza dei canali, il fenomeno della dispersione all'interno dei nodi può essere trascurato senza commettere un grave errore. I metodi utilizzati per la soluzione delle equazioni della convezione all'interno del nodo, e basati sull'applicazione del solutore approssimato HLLC del problema di Riemann al calcolo dei flussi intercella, sono già stati dettagliati altrove (Cozzolino et al., 2005).

3. TEST NUMERICI EFFETTUATI

Al fine di validare il modello numerico proposto, sono stati eseguiti alcuni test numerici, di complessità crescente, che vengono sintetizzati nei paragrafi seguenti.

3.1 TEST 1: VERIFICA DELLA CAPACITÀ DI PORTARE ADEGUAMENTE IN CONTO FENOMENI DI PURA CONVEZIONE

Il primo test presentato fa riferimento a un canale ideale, di pendenza pari a 0.01 m/m, coefficiente di Strickler pari a 55 m^{1/3}/s, lunghezza pari a 1000 m, e larghezza pari a 1 m. Nel canale si considerano stabilite condizioni di moto stazionario, e pari a quelle di moto uniforme, con portata pari a 0.6 m³/s, cui corrispondono un tirante di 0.323 m e una velocità di 1.857 m/s. Il canale è discretizzato suddividendolo in $N=1000$ volumi di controllo, equispaziati, di lunghezza $\Delta x=1$ m. Al tempo $t=0$, la distribuzione longitudinale della concentrazione massica del costituente è ipotizzata di forma rettangolare, caratterizzata dal seguente andamento:

$$\begin{cases} C(x,0) = 0 \text{ kg/m}^3; & 0\text{m} \leq x < 50\text{m} \\ C(x,0) = 1 \text{ kg/m}^3; & 50\text{m} \leq x \leq 150\text{m} \\ C(x,0) = 0 \text{ kg/m}^3; & 150\text{m} < x \leq 1000\text{m} \end{cases} \quad (15)$$

In assenza di dispersione, la soluzione del problema è data, ovviamente, da una semplice traslazione del profilo rettangolare di concentrazione, con velocità costante e pari a quella del fluido ambiente.

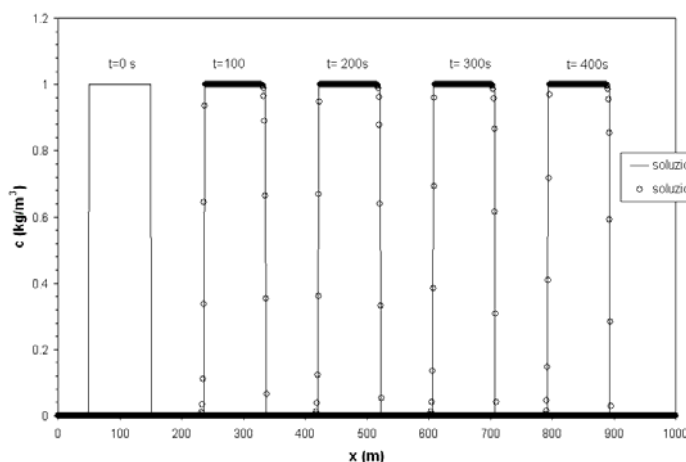


Figura 1 - Test1: Profilo di concentrazione a diversi istanti

In Figura 1 vengono mostrati, con riferimento al test in esame, la condizione iniziale, corrispondente a $t=0$ s, e i confronti tra la soluzione analitica e i risultati del modello numerico proposto in corrispondenza degli istanti $t=100$ s, $t=200$ s, $t=300$ s, $t=400$ s. Il passo temporale scelto è pari a $\Delta t=0.08$ s. Il confronto si mostra soddisfacente, in quanto viene pienamente verificata la capacità del modello di propagare fronti ripidi senza indesiderate attenuazioni, e senza la formazione di fastidiose oscillazioni spurie o di valori negativi della concentrazione.

3.2 TEST 2: VERIFICA DELLA CAPACITÀ DI PORTARE ADEGUATAMENTE IN CONTO SIA FENOMENI CONVETTIVI CHE DISPERSIVI

Il secondo test fa riferimento alle stesse condizioni idrauliche e geometriche del caso precedente, cui corrisponde un coefficiente di dispersione, calcolato con la (11), pari a $D=0.847$ m²/s. Nel canale è inizialmente ipotizzato un profilo di concentrazione di tipo gaussiano, rappresentato anche nella Figura 2, definito dall'equazione:

$$C(x,0) = 3 \exp \left[-\frac{(x-x_o)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (16)$$

ove la posizione del baricentro del profilo è a $x_o = 149.5$ m, mentre la sua varianza è $\sigma^2 = 300$ m².

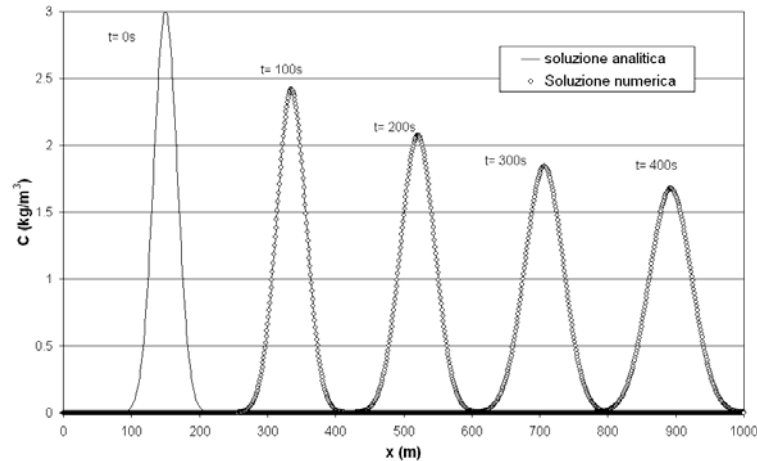


Figura 2 - Test2: Profili di corrente al raggiungimento delle condizioni stazionarie.

Il problema della convezione-dispersione del profilo gaussiano (16) ammette una soluzione analitica (Fischer et al., 1979), consistente in un profilo gaussiano il cui baricentro trasla con velocità pari a quella del fluido ambiente, e la cui varianza aumenta linearmente nel tempo, e proporzionalmente al doppio del coefficiente di dispersione. In Figura 2 vengono mostrati, con riferimento al test in esame, la condizione iniziale, corrispondente a $t=0$ s, e i confronti tra la soluzione analitica e i risultati del modello numerico proposto, in corrispondenza degli istanti $t=100$ s, $t=200$ s, $t=300$ s, $t=400$ s. Il passo temporale scelto è pari a $\Delta t = 0.05$ s.

Il confronto tra la soluzione analitica e quella numerica fornisce differenze del tutto impercettibili ad occhio nudo, mostrando la validità dell'approccio proposto anche nei casi in cui sono ugualmente importanti sia gli effetti dispersivi che quelli convettivi.

3.3 TEST 3: CONTEMPORANEA PROPAGAZIONE DI UNA PIENA E DI UN CONTAMINANTE ALL'INTERNO DI UNA RETE COMPLESSA

Nel terzo test è stata presa in considerazione una rete ideale costituita da 5 canali (Figura 3), le cui principali caratteristiche geometriche sono riassunte nella Tabella 1, nella quale sono riportati anche il numero di volumi di controllo utilizzato per discretizzare i vari tronchi. La quota di fondo della sezione di chiusura della rete è pari a 4 m sul livello medio mare. La scabrezza di Strickler assegnata ai vari rami della rete è unica e pari a $30 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$.

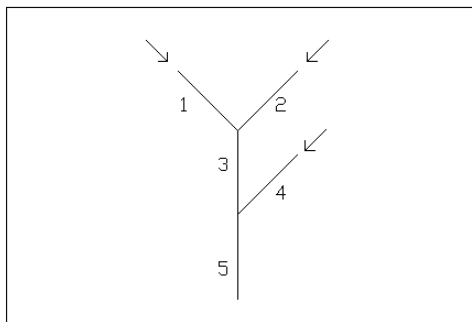


Figura 3 - Test3: Schema della rete di canali.

Per il sistema in questione, viene considerata una condizione iniziale con concentrazione di contaminante ovunque nulla, e caratteri del moto pari a quelli che si hanno in condizioni di moto permanente in corrispondenza della portata di $Q=1.7 \text{ m}^3/\text{s}$ in ingresso a ognuno degli estremi della rete, mentre in corrispondenza della sezione di chiusura del sistema la quota di pelo libero è fissata, e pari a $\zeta_v=5 \text{ m}$ sul livello medio mare.

Tabella 1 - Caratteristiche geometriche della rete

Canale	Lunghezza (m)	Pendenza (m/m)	Larghezza (m)	Numero Volumi Controllo
1	1000	0.004	2	100
2	1000	0.002	2	100
3	1000	0.002	4	100
4	1000	0.002	2	100
5	1000	0.002	6	100

Nel sistema si considera un transitorio in cui sia le concentrazioni che le portate sono variabili in corrispondenza delle sezioni di ingresso dei canali di estremità, come riportato nella Tabella 2. Per esempio, in corrispondenza del Canale 1, come si può leggere in Tabella 2, la portata passa, con legge lineare, dal valore $Q_1=1.7 \text{ m}^3/\text{s}$, all'istante $t=0 \text{ s}$, a $Q_1=2.1 \text{ m}^3/\text{s}$, all'istante $t=1000 \text{ s}$, per poi tornare, ancora con legge lineare, al valore al valore $Q_1=1.7 \text{ m}^3/\text{s}$, all'istante $t=2000 \text{ s}$, e quindi permanere indefinitamente. Al termine di tale transitorio viene raggiunta la medesima condizione stazionaria che sussisteva prima dell'inizio del moto vario, con concentrazioni nel canale di valle pari a $C_5=0.2 \text{ kg/m}^3$.

Tabella 2 - Portate e concentrazioni agli estremi della rete

t (s)	Q_1 (m ³ /s)	C_1 (kg/m ³)	Q_2 (m ³ /s)	C_2 (kg/m ³)	Q_4 (m ³ /s)	C_4 (kg/m ³)
0	1.7	0.05	1.7	0	1.7	0.3
1000	2.1	0.05	1.7	0.5	2.1	0.6
2000	1.7	0.05	1.7	0.5	1.7	0.05

In Figura 4 è rappresentata la variazione della concentrazione nel tempo in corrispondenza di una sezione del canale di valle posta a 500 m dalla sezione di chiusura del sistema. Dopo un complesso transitorio, corrispondente alla sovrapposizione delle onde di piena e contaminante che muovono verso valle dai canali di estremità, la concentrazione finale si attesta, come atteso, sul valore di $C_5=0.2$ kg/m³.

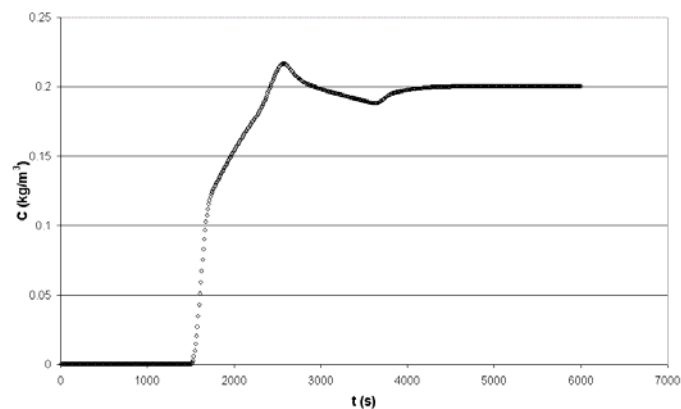


Figura 4 - Test3: Concentrazioni a 500 m dalla sezione di chiusura.

4. CONCLUSIONI

Nel presente lavoro, è stato presentato un modello numerico ai volumi finiti, accurato al secondo ordine nel tempo e nello spazio, per la simulazione di fenomeni di propagazione di piena e/o costituenti in reti di canali a pelo libero, sia naturali che artificiali. Il modello numerico, basato su una tecnica di *time-splitting* per l'avanzamento nel tempo, fa uso di un solutore approssimato del problema di Riemann per la valutazione dei flussi convettivi all'interfaccia tra le celle, mentre fa uso di un approccio alle differenze finite per la valutazione dei flussi dispersivi all'interfaccia. Al fine di accoppiare tra di loro le equazioni della propagazione di contaminante, scritte nella loro

forma uni-dimensionale in ognuno dei canali, i nodi di confluenza sono stati modellati tramite una tecnica ai volumi finiti su griglia non strutturata triangolare, atta a risolvere il problema della propagazione del contaminante in contesti bi-dimensionali. Il modello numerico è stato validato mediante una serie di test numerici, dei quali sono stati presentati alcuni risultati, e che ne hanno permesso di valutare l'idoneità nella simulazione di fenomeni di propagazione di contaminante anche in circostanze quali quelli che possono verificarsi nel mondo reale. Al momento, il modello numerico fa uso esclusivamente di sezioni trasversali di forma rettangolare in canali cilindrici: è prevista, nell'immediato futuro, l'estensione al caso di sezioni trasversali di forma qualsiasi e alvei non cilindrici.

5. RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- Bencala K., Walters R., *Simulation of solute transport in a mountain pool-and-riffle stream: a transient storage mode*, AGU, Water Resources Research, 19(3), 1993.
- Cozzolino L., Mucherino C., Covelli C., Pianese D., *Un modello ai volumi finiti per la simulazione dei transitori nelle reti di canali a pelo libero*, Atti del Convegno Acqua e Città – I Convegno Nazionale di Idraulica Urbana, Sant'Agnello di Sorrento, 2005.
- Del Giudice G., Pianese D., *Processi di inquinamento dei corsi d'acqua naturali*, Atti del Convegno XXIII Convegno Nazionale di Idraulica e Costruzioni Idrauliche, Firenze, 1992.
- Fischer H.B., List J.E., Koh R.C.Y., Imberger J., Brooks N.M., *Mixing in inland and coastal waters*, Academic Press, New York, 1979.
- Fraccarollo L., Toro E.F., *Experimental and numerical assessment of the shallow water model for two-dimensional dam-break type problems*, IAHR, Journal of Hydraulic Research, 33(6), 1995.
- Koussis, A.D., Saenz, M.A., Tollis I.G., *Pollution Routing in Streams*, ASCE, Journal of Hydraulic Engineering, 109(12), 1983.
- McBride G.B., Rutherford J.C., *Accurate modelling of river pollutant transport*, ASCE, Journal of Hydraulic Engineering, 110(4), 1984.
- Runkel R.L., Chapra S.L., *An efficient numerical solution of the transient storage equation for solute transport in small streams*, AGU, Water Resources Research, 29(1), 1993.
- Sanders B.F., Green C.L., Chu A.K., Grant S.B., *Case study: modeling tidal transport of urban runoff in channels using the finite-volume method*, ASCE, Journal of Hydraulic Engineering, 127(10), 2001.
- Schoellhamer, D.H., *Lagrangian Transport Modeling with QUAL II Kinetics.*, ASCE, Journal of Environmental Engineering, 114(2), 1988.

Strang G., *On the construction and comparison of difference schemes*, SIAM, Journal of Numerical Analysis, 5, 1968.

Toro E.F., *Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics*, Springer-Verlag, Berlin, 1997.

Zhang R., Huang K., van Genuchten M.T., *An efficient eulerian-lagrangian method for solving solute transport problems in steady and transients flow fields*, AGU, Water Resources Research, 29(12), 1993.

Ringraziamenti. Si ringrazia la d.ssa Anna Palumbo per il prezioso contributo fornito, nell'ambito del suo lavoro di Tesi, alla messa a punto della tecnica di analisi e alla predisposizione del codice di calcolo utilizzato nel presente lavoro.