

UN MODELLO AI VOLUMI FINITI PER LA SIMULAZIONE DEI TRANSITORI NELLE RETI DI CANALI A PELO LIBERO

LUCA COZZOLINO^{*}, CARMELA MUCHERINO^{*}, CARMINE COVELLI^{*},
DOMENICO PIANESE^{*}

Parole Chiave: Shallow Water Equations, Metodo dei Volumi Finiti, Reti di Drenaggio

SOMMARIO

Viene descritto un modello numerico ai volumi finiti per la simulazione dei fenomeni di piena in reti di canali a pelo libero, anche in presenza di discontinuità del campo di moto quali quelle che si manifestano in presenza di fenomeni di propagazione su fondo asciutto o di risalto idraulico. La discretizzazione dei nodi avviene mediante l'uso di mesh non strutturate triangolari di forma qualsiasi. Vengono mostrati i risultati di alcuni test numerici, intesi a dimostrare la capacità del modello di risolvere in maniera fisicamente congruente le equazioni alle acque basse, che permettono la descrizione di tali fenomeni di propagazione.

1. INTRODUZIONE

La simulazione numerica delle modalità di propagazione di onde di piena nelle reti di canali a pelo libero, naturali e artificiali, trova numerose applicazioni quali: la valutazione del rischio connesso all'inondazione di aree allagabili in conseguenza di eventi meteorici notevoli, o di improvvisa rottura di invasi artificiali; la verifica di reti urbane di drenaggio; la simulazione della propagazione di costituenti all'interno dei corsi d'acqua naturali; la valutazione degli effetti a breve, medio e lungo termine dovuti al trasporto solido. In letteratura sono disponibili numerosi tipi di modelli in grado di simulare fenomeni di propagazione in reti di canali a pelo libero, sia agli Elementi Finiti (Zhang, 2005), sia ai Volumi Finiti (Goutal , Maurel, 1999; Sanders et al., 2001) che alle Differenze Finite (Choi, Molinas, 1993), per citare solo alcuni tra quelli recentemente sviluppati. Specialmente il Metodo dei Volumi Finiti, assegnando dimensioni non nulle ai nodi di

* Dipartimento di Ingegneria Idraulica e Ambientale “G. Ippolito”, Università di Napoli Federico II, via Claudio 21, Napoli

intersezione tra i canali, e portando esplicitamente in conto la conservazione della massa e della quantità di moto in tali nodi, si presta a simulazioni affidabili e robuste anche nei casi in cui la geometria dell'intersezione e le sue dimensioni abbiano un effetto non trascurabile sul fenomeno di propagazione. Sono, pertanto, oggetto di attiva ricerca, metodi ai volumi finiti che consentano di portare in conto reti di canali a pelo libero comunque organizzate, costituite da una molteplicità di ingressi, e eventualmente di punti di uscita, anche connesse con corpi idrici bidimensionali, e nelle quali sia possibile riprodurre fenomeni quali la presenza di risalti, anche multipli, o di propagazione su fondo asciutto. Tanto premesso, nella presente memoria viene descritto un modello in grado di simulare questi fenomeni in reti di canali aventi forma del tutto generica, sebbene basata sul semplice schema di albero trivale (vale a dire, da confluenze a "Y"), i cui tratti, cilindrici, a sezione rettangolare, sono collegati da nodi di forma e topografia qualsiasi (al limite, anche grandi corpi idrici bi-dimensionali).

2. DESCRIZIONE DEL MODELLO NUMERICO

In questo paragrafo vengono descritte le caratteristiche di un modello numerico ai volumi finiti in grado di approssimare la soluzione del sistema di Equazioni di bilancio della massa e della quantità di moto nelle reti di canali a pelo libero: l'accoppiamento delle soluzioni numeriche nei diversi canali della rete avviene tramite l'uso di un modello bi-dimensionale applicato in ognuno dei nodi.

2.1 SOLUZIONE DELLE EQUAZIONI DI BILANCIO RELATIVE AI CANALI

Si considerino le Equazioni di bilancio della massa e della quantità di moto, applicandole al caso di un canale cilindrico rettangolare privo di immissioni laterali: per convenienza, si continui a mantenere, nelle equazioni, la larghezza B dei canali, sebbene costante, senza semplificarla. Si ha, così, il seguente sistema di equazioni, scritto per ognuno dei canali che compongono la rete

$$B \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + B \frac{\partial \vec{F}}{\partial x} = B \vec{S} \quad (1)$$

avendo fatto le seguenti posizioni

$$\vec{U} = \begin{pmatrix} h \\ hU \end{pmatrix}; \quad \vec{F} = \begin{pmatrix} hU \\ g \frac{h^2}{2} + hU^2 \end{pmatrix}; \quad \vec{S} = \begin{pmatrix} 0 \\ gh(S_o - S_f) \end{pmatrix} \quad (2)$$

Il significato dei simboli è il seguente: h =altezza di corrente; U =velocità media di portata; g =accelerazione di gravità; B =larghezza del canale; S_o =pendenza del fondo del canale; S_f =resistenze al moto per unità di peso. In particolare, detta z_b la quota del fondo, la pendenza

del fondo del canale è espressa come $S_o = -\frac{dz_b}{dx}$. Per esprimere le resistenze al moto, si fa riferimento alla classica formulazione alla Gauckler-Strickler, anche in condizioni di moto vario. Al fine di risolvere il sistema di equazioni formato dalle (1), si suddivide ognuno dei canali in N volumi di controllo (con N che può variare da canale a canale), l' i -esimo dei quali è compreso tra le sezioni trasversali poste alle ascisse $x_{i-\frac{1}{2}}$ e $x_{i+\frac{1}{2}}$. Integrando nello spazio in ognuno dei volumi di controllo, il sistema originario di equazioni differenziali iperboliche si trasforma nel seguente sistema di equazioni differenziali ordinarie (ODE = Ordinary Differential Equations)

$$B\Delta x_i \frac{d\vec{U}_i}{dt} = -B \left[\vec{F}_{i+\frac{1}{2}} - \vec{F}_{i-\frac{1}{2}} \right] + B\Delta x_i \vec{S}_i; \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

dove si sono fatte le seguenti posizioni

$$\begin{cases} \vec{U}_i = \begin{pmatrix} h_i \\ hU_i \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta x_i} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \begin{pmatrix} h \\ hU \end{pmatrix} dx; \quad \vec{S}_i = \begin{pmatrix} 0 \\ S_{oi} - S_{fi} \end{pmatrix} \\ S_{oi} = -gh_i \frac{z_{bi+\frac{1}{2}} - z_{bi-\frac{1}{2}}}{\Delta x_i}; \quad S_{fi} = gh_i \left[\frac{(hU)_i}{K_{Si}^2 h_i R_i^{4/3}} \sqrt{\frac{(hU)_i^2}{h_i^2}} \right] \\ \Delta x_i = x_{i+\frac{1}{2}} - x_{i-\frac{1}{2}} \end{cases} \quad (4)$$

In particolare, h_i ha il significato di valore medio del tirante nell' i -esimo volume di controllo; R_i è il raggio idraulico; hU_i è il valore medio della quantità di moto nel medesimo volume di controllo; $z_{bi+\frac{1}{2}}$ è la quota del fondo (supposto privo di gradini) in corrispondenza dell'interfaccia tra le celle i -esima e $(i+1)$ -esima; $\vec{F}_{i+\frac{1}{2}}$ ha il significato di flusso numerico tra i volumi di controllo i -e $(i+1)$ -esimo: il flusso numerico non coincide, necessariamente, con uno dei due flussi fisici destro o sinistro ai due lati dell'interfaccia, e deve essere calcolato in maniera opportuna per tenere conto della possibilità di formazione di discontinuità nel campo di moto tra

un volume di controllo e l'altro. Si nota che l'approssimazione fatta per la valutazione dei termini sorgente è formalmente coerente con il secondo ordine di accuratezza spaziale dell'algoritmo. Per procedere alla soluzione del sistema di ODE (3), si fa uso di un procedimento di predizione e correzione, per eseguire il quale è necessario disporre di un'espressione dei flussi all'interfaccia tra le celle in funzione dei valori medi delle variabili conservative. Nel passo predittivo, non necessariamente conservativo, viene eseguita una predizione del valore delle variabili primitive a un istante intermedio t_* rispetto ai due livelli temporali t_{n+1} e t_n tra i quali ci si sta muovendo. A questo scopo viene preliminarmente effettuata, al fine di attingere precisione al secondo ordine nello spazio, la ricostruzione lineare delle variabili primitive tirante h_i , velocità media di portata

$U_i = hU_i/h_i$ e quota di pelo libero $\zeta_i = h_i + 0.5(z_{bi+\frac{1}{2}} + z_{bi-\frac{1}{2}})$, all'interno dei volumi di

controllo, approssimandone il gradiente. Tale gradiente deve essere limitato affinché sia inibita la nascita di massimi e minimi spuri in corrispondenza dell'interfaccia tra le celle, la cui crescita incontrollata può instabilizzare l'algoritmo. I gradienti limitati delle variabili primitive vengono calcolati con le formule

$$\begin{cases} \left(\overline{\frac{\partial \zeta}{\partial x}} \right)_i^n = \min \text{mod} \left(\frac{\zeta_{i+1}^n - \zeta_i^n}{x_{i+1} - x_i}, \frac{\zeta_i^n - \zeta_{i-1}^n}{x_i - x_{i-1}} \right); \\ \left(\overline{\frac{\partial U}{\partial x}} \right)_i^n = \min \text{mod} \left(\frac{U_{i+1}^n - U_i^n}{x_{i+1} - x_i}, \frac{U_i^n - U_{i-1}^n}{x_i - x_{i-1}} \right) \\ \left(\overline{\frac{\partial h}{\partial x}} \right)_i^n = \left(\overline{\frac{\partial \zeta}{\partial x}} \right)_i^n - \frac{z_{bi+\frac{1}{2}} - z_{bi-\frac{1}{2}}}{\Delta x_i} \end{cases} \quad (5)$$

dove l'operatore $\min \text{mod}$ è definito come $\min \text{mod}(a, b) = \frac{\text{sign}(a) + \text{sign}(b)}{2} \min(|a|, |b|)$.

Approssimati i gradienti limitati, la predizione viene effettuata in maniera non-conservativa a partire dalla forma quasi-lineare del sistema di equazioni differenziali originali:

$$\begin{cases} h_i^* = h_i^n - 0.5\Delta t \left[U \overline{\frac{\partial h}{\partial x}} + h \overline{\frac{\partial U}{\partial x}} \right]_i^n \\ U_i^* = U_i^n - 0.5\Delta t \left[U \overline{\frac{\partial U}{\partial x}} + g \overline{\frac{\partial \zeta}{\partial x}} + S_f \right]_i^n \end{cases} \quad (6)$$

Noti, in ognuna delle celle, i valori delle variabili primitive predette in corrispondenza del livello temporale intermedio t_* , si fa ancora una volta uso dei gradienti limitati per ricostruire tali variabili primitive in corrispondenza dell’interfaccia tra le celle. Per esempio, in corrispondenza dell’interfaccia tra la cella i -esima e la cella $(i+1)$ -esima, si ha

$$\begin{cases} h_{i+1/2}^L = \zeta_i^* + 0.5\Delta x_i \left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} \right)_i^n - z_{bi+1/2}; & U_{i+1/2}^L = U_i^* + 0.5\Delta x_i \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)_i^n \\ h_{i+1/2}^R = \zeta_{i+1}^* - 0.5\Delta x_{i+1} \left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} \right)_{i+1}^n - z_{bi+1/2}; & U_{i+1/2}^R = U_{i+1}^* - 0.5\Delta x_i \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)_{i+1}^n \end{cases} \quad (7)$$

La ricostruzione della variabile primitiva h in corrispondenza dell’interfaccia tra le celle non avviene facendo uso diretto del gradiente limitato di h . Piuttosto, viene ricostruita la variabile quota di pelo libero ζ , cui viene sottratta la quota di fondo z_b : questo procedimento è più accurato del primo, ed inoltre consente l’attingimento di soluzioni fisicamente congruenti in particolari condizioni quali quella di acqua in quiete (Zhao et al., 2001). In generale, le variabili primitive ricostruite ai due lati dell’interfaccia sono differenti, presentando una discontinuità, e di conseguenza pure i flussi fisici sinistro $\vec{F}_{i+1/2}^L$ e destro $\vec{F}_{i+1/2}^R$ lo sono. Al fine di assicurare la conservazione dell’algoritmo anche nella forma discreta, il valore univoco del flusso da utilizzare nella soluzione numerica delle (3) può essere approssimato mediante la soluzione locale di un problema di Riemann (metodo di Godunov: Toro, 1997). In particolare, nella presente implementazione è stato adottato il solutore approssimato del problema di Riemann detto HLL (Batten et al., 1997), nel quale il flusso numerico intercella è funzione dei flussi fisici a cavallo dell’interfaccia, nonché delle celerità estreme sinistra s_L e destra s_R relative alla struttura delle onde che si originano dalla discontinuità:

$$\vec{F}_{i+1/2} = \begin{cases} s_L \geq 0 \Rightarrow \vec{F}_{i+1/2}^L \\ s_L < 0 < s_R \Rightarrow \frac{s_R \vec{F}_{i+1/2}^L - s_L \vec{F}_{i+1/2}^R + s_R s_L (\vec{U}_{i+1/2}^R - \vec{U}_{i+1/2}^L)}{s_R - s_L} \\ s_R \leq 0 \Rightarrow \vec{F}_{i+1/2}^R \end{cases} \quad (8)$$

La valutazione delle celerità estreme è stata eseguita secondo il procedimento di Fraccarollo e Toro (1995), al cui articolo si rimanda, e che permette di portare in conto, in maniera esplicita, anche il caso in cui il tirante in una delle cella a contatto con la discontinuità sia nullo. Finalmente,

ricostruite le variabili primitive predette ai lati di ogni intercella, e calcolati i flussi intercella corrispondenti, la variazione delle variabili conservative che si ha nel passare dal livello temporale t_n al livello temporale $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ è valutata con l'equazione

$$B(\vec{U}_i^{n+1} - \vec{U}_i^n) = -B \frac{\Delta t}{\Delta x_i} [\vec{F}_{i+1/2}^* - \vec{F}_{i-1/2}^*] + B\vec{S}_i^* \quad (9)$$

e l'asterisco sta a indicare che i flussi e i termini sorgente sono stati calcolati facendo uso delle quantità predette. Come riportato in letteratura (Meselhe, Holly, 1993), nel caso di propagazione su fondo asciutto, in corrispondenza del fronte di bagnatura la soluzione numerica può presentare oscillazioni dovute al valore molto piccolo dei tiranti, che comportano un'esagerazione del valore della velocità e delle resistenze al moto. Allo scopo di ridurre gli effetti di questi fenomeni, i quali sono in grado di instabilizzare l'algoritmo, è utile definire un valore limite ε_h del tirante, al di sotto del quale una cella deve essere considerata asciutta, e per la quale velocità U e quantità di moto hU sono nulle, come pure le resistenze al moto (Sanders, 2001). Tale limite, dipendente dal problema, è generalmente minore di 1 cm.

2.2 SOLUZIONE DELLE SHALLOW-WATER EQUATIONS NEI NODI

Nell'applicazione del Metodo dei Volumi Finiti alla soluzione del problema della propagazione di onde in reti a pelo libero, il nodo di confluenza tra più canali è supposto non puntuale, come viene fatto in altri approcci, ma di dimensioni finite, e composto da un certo numero di volumi di controllo di forma opportuna. In letteratura sono fissati (Goutal, Maurel, 1999; Sanders et al., 2001) sia la forma del nodo che il numero di volumi finiti (triangolari o quadrangolari) utilizzati per la sua discretizzazione. Nel modello qui descritto, l'operatore può costruire nodi della forma desiderata, insieme con la relativa discretizzazione in un numero qualsiasi N di volumi finiti di forma triangolare. Ciò comporta che più lati della maglia triangolare che costituiscono il nodo possano insistere sulla sezione di ingresso del medesimo canale (vedi Figura 1). Nei nodi viene risolto il sistema di equazioni

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{F}}{\partial x} + \frac{\partial \vec{G}}{\partial y} = \vec{S} \quad (10)$$

dove sono state fatte le seguenti posizioni

$$U = \begin{pmatrix} h \\ hU \\ hV \end{pmatrix}; \vec{F} = \begin{pmatrix} hU \\ hU^2 + g \frac{h^2}{2} \\ hUV \end{pmatrix}; \vec{G} = \begin{pmatrix} hV \\ hUV \\ hV^2 + g \frac{h^2}{2} \end{pmatrix}; \vec{S} = \begin{pmatrix} 0 \\ gh(S_{ox} - S_{fx}) \\ gh(S_{oy} - S_{fy}) \end{pmatrix} \quad (11)$$

Il significato dei simboli usati è il seguente: h = altezza di corrente; U = componente, lungo l'asse x di un riferimento locale rispetto al nodo, della velocità mediata lungo la verticale; V = componente, lungo l'asse y , della velocità mediata lungo la verticale; S_{ox} = componente, lungo x , della pendenza del fondo; S_{oy} = componente, lungo y , della pendenza del fondo; S_{fx} = componente, lungo x , delle resistenze al moto per unità di peso; S_{fy} = componente, lungo y , delle resistenze al moto per unità di peso. In particolare, detta z_b la quota del fondo, le componenti della pendenza sono espresse come $S_{ox} = -\frac{\partial z_b}{\partial x}$ e $S_{oy} = -\frac{\partial z_b}{\partial y}$. Per esprimere le resistenze al moto, si fa ancora l'ipotesi di potere utilizzare una formulazione alla Gauckler-Strickler.

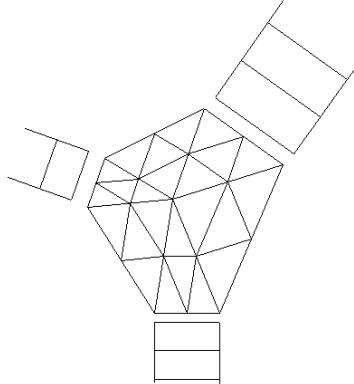


Figura 1 - Nodo discretizzato con mesh triangolare, e canali

In questo caso, l'applicazione del Metodo dei Volumi Finiti al generico elemento triangolare della mesh con la quale il nodo è stato discretizzato conduce al seguente sistema di ODE

$$\Omega_i \frac{d\vec{U}_i}{dt} = -\sum_{j=1}^3 T_j^{-1} B_j \vec{F}_j + \Omega_i \vec{S}_i; \quad 1, 2, \dots, i, \dots, N \quad (12)$$

In particolare, nell'equazione (17), $\vec{U}_i = (h_i \ hU_i \ hV_i)^T$ è il vettore del valore medio delle variabili conservative all'interno della cella i-esima, di area Ω_i . Detta T_j una opportuna matrice di rotazione, $\vec{U}' = T_j \vec{U}$ è il vettore delle variabili conservative in un riferimento ortogonale i cui assi coordinati x'_j e y'_j sono rispettivamente normale e parallelo al j-esimo lato del volume finito, mentre \vec{F}' è uguale al vettore \vec{F} calcolato in \vec{U}' . I flussi all'interfaccia tra le celle possono essere calcolati con un solutore approssimato del problema di Riemann (in questo caso viene fatto uso di HLLC, per tenere conto dell'esistenza della discontinuità di contatto oltre che delle discontinuità estreme: Toro, 1997), considerando il problema locale uni-dimensionale

$$\frac{\partial \vec{U}'}{\partial t} + \frac{\partial \vec{F}'}{\partial x'} = 0 \quad (13)$$

Anche nel caso del modello bi-dimensionale si fa uso di un metodo di predizione-correzione, in cui la predizione viene effettuata attraverso un passo non-conservativo, seguita dal passo correttivo di correzione che, invece, è conservativo. L'attingimento del secondo ordine per l'accuratezza nello spazio avviene, anche in questo caso, previa valutazione dei gradienti limitati nelle celle, e successiva ricostruzione delle variabili primitive in corrispondenza dell'interfaccia tra le celle. Per maggiori informazioni, si può utilmente fare riferimento a Cozzolino e Pianese (2005). L'accoppiamento dei modelli uni-e bi-dimensionale avviene proiettando le variabili ricostruite nel canale lungo gli assi del riferimento $O'x'y'$ locale all'interfaccia tra volume di controllo appartenente al nodo e volume di controllo appartenente al canale, e quindi risolvendo il problema locale uni-dimensionale aumentato definito dall'equazione (13).

3. TEST NUMERICI EFFETTUATI

Al fine di validare il modello numerico proposto, è stato eseguito un certo numero di test numerici, utili per valutare la capacità del modello stesso di fornire soluzioni fisicamente congruenti in circostanze quali quelle che possono verificarsi usualmente nelle reti di canali a pelo libero, anche nei casi in cui non siano disponibili soluzioni analitiche.

3.1 TEST 1: ZHANG (2005)

Il primo test presentato fa riferimento a un sistema formato da tre canali, di pendenza pari a 0.0002 m/m, coefficiente di Strickler pari a $40 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$, lunghezza pari a 5000 m, formanti una sorta di Y. I due canali di monte, tra loro uguali, cilindrici, di sezione rettangolare, hanno larghezza pari a 50 m, mentre il canale di valle, cilindrico, di sezione rettangolare, ha larghezza pari a 100 m. Nel

sistema, la condizione iniziale è quella di moto uniforme, con portata nei due canali di monte pari a $50 \text{ m}^3/\text{s}$, e di $100 \text{ m}^3/\text{s}$ nel canale di valle: queste condizioni corrispondono a condizioni di moto uniforme, per cui a valle del sistema viene imposto un tirante pari a 1.43 m . A partire dall'istante $t=0$, nei due canali di monte vengono introdotti due idrogrammi triangolari, con portata che varia da 50 a $150 \text{ m}^3/\text{s}$ in 2000 s , per poi ritornare alle condizioni iniziali ancora in 2000 s . L'intersezione tra i tre canali è stata modellata con un nodo di forma esagonale, non regolare, composto da 24 celle triangolari, il cui fondo è orizzontale, e la cui scabrezza è la stessa di quella dei canali. I canali sono stati, poi, suddivisi ognuno in 100 volumi di controllo di uguale lunghezza.

In Figura 2 viene mostrato il confronto tra i risultati forniti dal modello numerico proposto nel presente lavoro, e il modello agli elementi finiti presentato da Zhang (2005). E' possibile notare una generale corrispondenza tra i risultati forniti dai due modelli: tuttavia, il modello ai volumi finiti qui presentato mostra una certa laminazione del colmo di piena ($3 \text{ m}^3/\text{s}$ su $163 \text{ m}^3/\text{s}$) rispetto al modello agli elementi finiti. Tale differenza può essere motivata in ragione del differente trattamento che nei due modelli si ha per le condizioni al contorno "interne", ossia per le condizioni che in corrispondenza dei nodi permettono di accoppiare tra di loro i sistemi di equazioni risolti in corrispondenza dei canali: su tali condizioni al contorno interne influiscono le dimensioni e la forma effettivamente assegnati al nodo, nonché l'angolo che formano tra di loro gli assi dei canali confluenti.

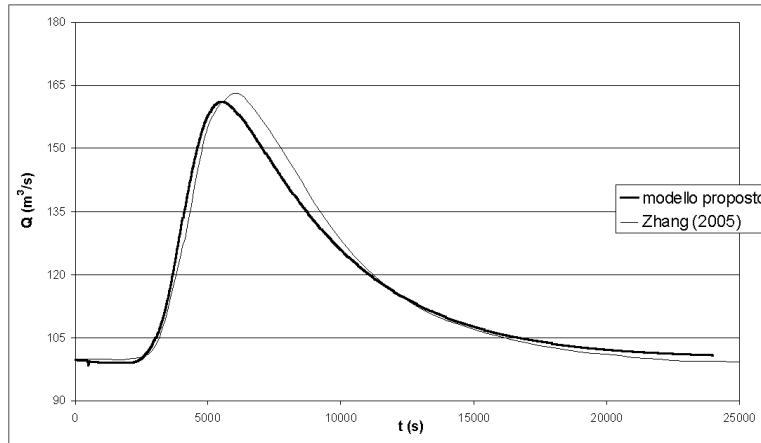


Figura 2 - Test1: Idrogramma a $x=4000 \text{ m}$ nel canale di valle.

3.2 TEST 2: PROPAGAZIONE SU FONDO ASCIUTTO E RISALTO

Il test qui presentato, che permette di mostrare, insieme, diverse caratteristiche del modello, quali la propagazione su fondo asciutto, il corretto trattamento di discontinuità nel campo di moto

quali risalti, e la presenza di zone con acqua in quiete, fa ancora riferimento a un sistema consistente in tre canali, uguali, di pendenza 0.01 m/m, coefficiente di Strickler pari a $55 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$, lunghezza 100 m, larghezza 1 m, formanti una Y. La condizione iniziale corrisponde a quella di canali inizialmente asciutti. A partire dall'istante $t=0$ viene introdotto, nel primo dei canali di monte (Canale 1) una portata pari a $Q_I=0.3 \text{ m}^3/\text{s}$, la quale permane indefinitamente, mentre non avviene alcun ingresso nel secondo canale di monte (Canale 2). Ognuno dei canali è stato suddiviso in 100 volumi di controllo di uguali dimensioni, mentre l'intersezione tra i canali è stata modellata con un nodo a forma di esagono regolare, il cui fondo è piano, e la cui scabrezza è la stessa di quella dei canali.

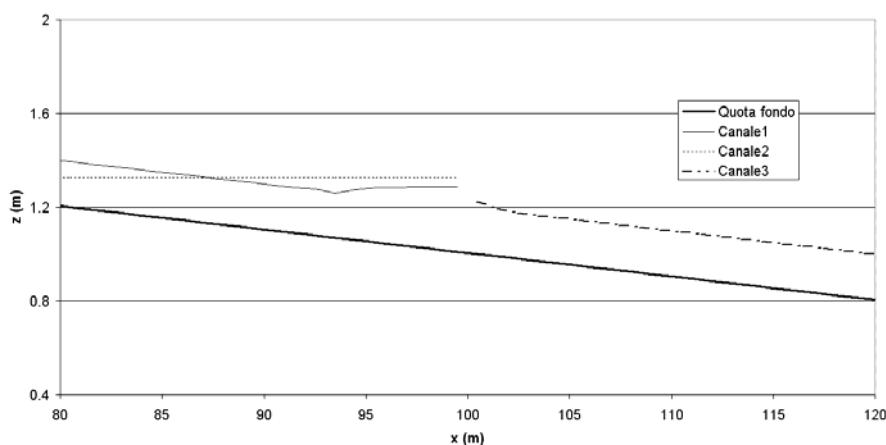


Figura 3 - Test2: Profili di corrente al raggiungimento delle condizioni stazionarie.

Al raggiungimento di condizioni stazionarie il profilo di corrente ottenuto lungo i diversi canali è quello mostrato in Figura 3, ove è rappresentata la porzione di sistema immediatamente a cavallo del nodo, del quale sono state trascurate le dimensioni per esigenze grafiche. Come si può osservare, la corrente veloce proveniente da monte, con caratteristiche idrauliche corrispondenti a quelle del moto uniforme, deve passare in lenta poco prima di introdursi nel nodo, formando un risalto, per poi tornare in veloce nel canale di valle (Canale 3), dove vengono rapidamente ricostituite le condizioni di moto uniforme. È interessante osservare (Figura 4) come, nel nodo, si debba formare una circolazione piuttosto complessa per permettere che la corrente proveniente dal Canale 1 venga deviata verso il Canale 3. In particolare nel nodo, completamente invaso dalla corrente, si individua la formazione di un filone principale di corrente che si muove verso l'uscita (Canale 3) dall'ingresso posto in alto a sinistra (Canale 1), mentre in corrispondenza dell'altro ingresso (Canale 2) la corrente è praticamente stagnante.

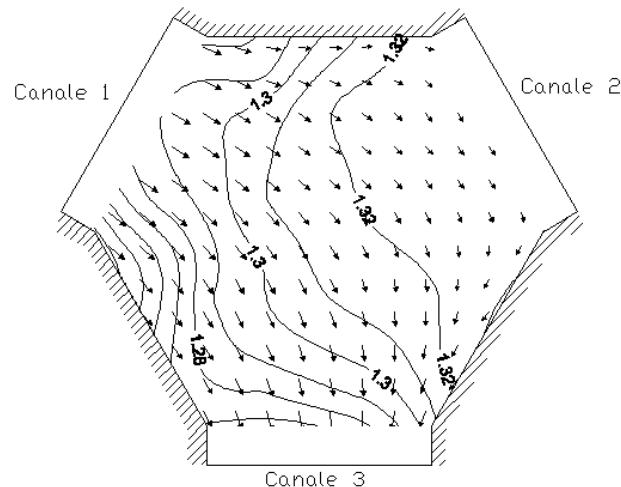


Figura 4 - Test2: Andamento della quota di pelo libero, e vettori velocità nel nodo.

4. CONCLUSIONI

E' stato presentato un modello numerico ai volumi finiti, accurato al secondo ordine nel tempo e nello spazio, per la simulazione di fenomeni di piena in reti di canali a pelo libero, sia naturali che artificiali, il quale è in grado di portare in conto sia la propagazione di onde di piena su fondo asciutto, sia condizioni di moto transcritiche. Il modello numerico fa uso di un solutore approssimato del problema di Riemann, al fine di valutare i flussi di massa e di quantità di moto all'interfaccia tra i volumi di controllo. Particolare cura è stata posta nel trattamento dei termini sorgente, al fine di garantire l'attingimento di soluzioni fisicamente congruenti anche nel caso di acqua in quiete in parte o nella totalità della rete a pelo libero. Al fine di accoppiare tra di loro i sistemi di equazioni alle acque basse scritte nella loro forma uni-dimensionale in ognuno dei canali, i nodi di confluenza sono stati modellati tramite un opportuno modello ai volumi finiti su griglia non strutturata triangolare, risolvente il sistema di equazioni alle acque basse nella loro forma bi-dimensionale. Il modello numerico è stato validato mediante una serie di test numerici, dei quali sono stati presentati alcuni risultati, e che ne hanno permesso di valutare l'idoneità nella simulazione di fenomeni di piena in circostanze quali quelli che possono verificarsi nel mondo reale. Al momento, il modello numerico fa uso esclusivamente di sezioni trasversali di forma rettangolare in canali cilindrici: è prevista, nell'immediato futuro, l'estensione al caso di sezione trasversale di forma qualsiasi e per alvei non cilindrici.

5. RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- Batten P., Clarke N., Lambert C., Causon D.M., *On the choice of wavespeeds for the HLLC Riemann solver*, SIAM, Journal of Scientific Computation, 18(6), 1997.
- Choi G.W., Molinas A., *Simultaneous solution algorithm for channel network modeling*, AGU, Water Resources Research, 29(2), 1993.
- Cozzolino L., Pianese D., *Soluzione accurata delle Shallow-water Equations*, Atti del Workshop su Modelli Matematici per la Simulazione di Catastrofi Idrogeologiche, Arcavacata di Rende, 2005.
- Cunge J.A., Holly F.M., Verwey A., *Practical aspects of computational river hydraulics*, Pitman, London, 1980.
- Fraccarollo L., Toro E.F., *Experimental and numerical assessment of the shallow water model for two-dimensional dam-break type problems*, IAHR, Journal of Hydraulic Research, 33(6), 1995.
- Goutal N., Maurel F., *Dam break wave simulation*, IAHR, Proceedings of the 28th IAHR biennial Congress, 1999.
- Meselhe E.A., Holly F.M., *Simulation of unsteady flow in irrigation canals with dry bed*, ASCE, Journal of Hydraulic Engineering, 119(9), 1993.
- Sanders B.F., *High-resolution and non-oscillatory solution of the St.Venant equations in non-rectangular and non-prismatic channels*, IAHR, Journal of Hydraulic Research, 39(3), 2001.
- Sanders B.F., Green C.L., Chu A.K., Grant S.B., *Case study: modeling tidal transport of urban runoff in channels using the finite-volume method*, ASCE, Journal of Hydraulic Engineering, 127(10), 2001.
- Toro E.F., *Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics*, Springer-Verlag, Berlin, 1997.
- Zhang Y., *Simulation of open channel network flows using finite element approach*, Communications in Non-linear Science and Numerical Simulation, 10, 2005.
- Zhou J. G., Causon D.M., Mingham C.G., Ingram D.M., *The surface gradient method for the treatment of source terms in the shallow-water equations*, Journal of Computational Physics, 168, 2001.

Ringraziamenti. Si ringrazia la d.ssa Anna Palumbo per il prezioso contributo fornito, nell'ambito del suo lavoro di Tesi, alla messa a punto della tecnica di analisi e alla predisposizione del codice di calcolo utilizzato nel presente lavoro.